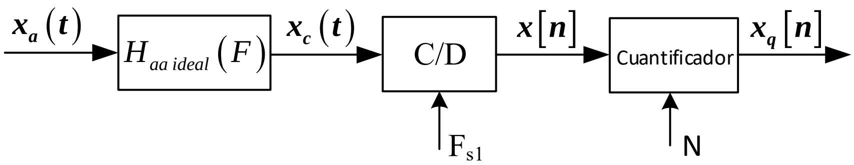
Tratamiento Digital de Señales

20 de junio de 2018 *Examen extraordinario de Junio*

Apellidos ______________________________ **Nombre** ______________________________

DNI: ______________________ **Calificación** _______ + _______ + _______ = ________

1. Considere el siguiente esquema de bloques:



Donde $H_{aa\ ideal}(F)$ es un filtro paso bajo ideal con frecuencia de corte $F_c = 3000Hz$, $x_a(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}\cos(2\pi F_0 kt)$, $F_0 = 1200Hz$, $F_{s1} = 6000Hz$ y $N = 16$. Se pide:

a) ***i)*** Expresión de $x[n]$. ***(1 punto)***

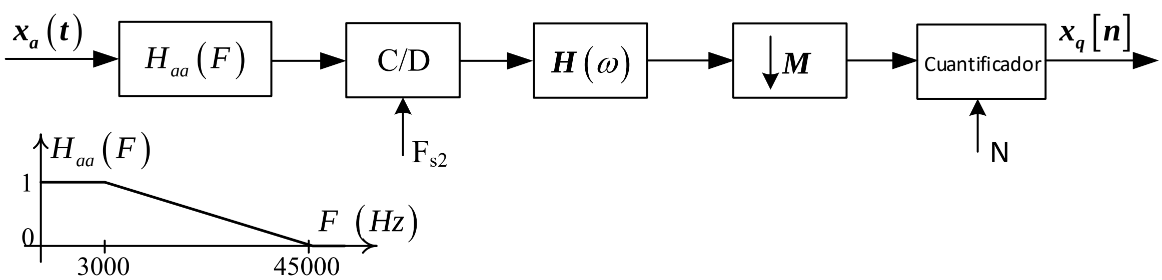
$$x_a(t) \;\rightarrow\; x_c(t) = \cos(2\pi F_0 t) + \frac{1}{4}\cos(4\pi F_0 t) \;\rightarrow$$

$$x[n] = \cos\left(2\pi \cdot 1200 \cdot n \cdot \frac{1}{6000}\right) + \frac{1}{4}\cos\left(4\pi \cdot 1200 \cdot n \cdot \frac{1}{6000}\right) \;=\; \cos\left(\frac{2}{5}\pi \cdot n\right) + \frac{1}{4}\cos\left(\frac{4}{5}\pi \cdot n\right)$$

ii) Calcule cuantos Kbytes se necesitan para almacenar $x_q[n]$ cuando se muestrean 30 segundos de $x_a(t)$. ***(1 punto)***

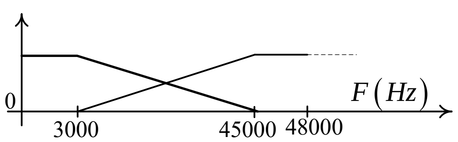
$$30 \cdot 6000 \cdot 2 \;=\; 360Kbytes$$

b) En el siguiente esquema se ha sustituido el filtro antisolapamiento ideal por:



Siendo $H(\omega)$ un filtro paso bajo ideal con $\omega_c = \pi/M$ y ganancia 1.

Calcule el valor mínimo de M de tal forma que las señales $x_q[n]$ de ambos esquemas sean iguales. ***(1,3 puntos)***



$$M \;=\; \frac{48000}{F_{s1}} \;=\; 8$$

2. ***a)*** Atendiendo a la Figura 1, determine la relación entre *L*, *M*, y *N* para que el sistema en su conjunto (cuya entrada es *x*[*n*] y salida *y*[*n*]) sea de fase lineal. ***(1 punto)***

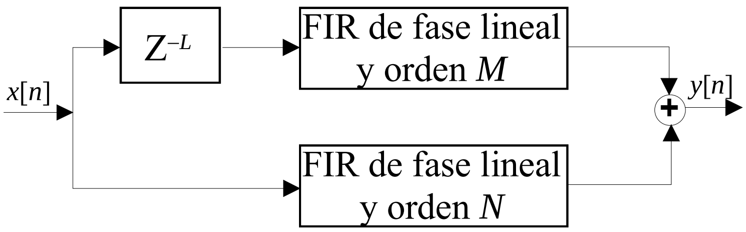


Figura 1

Caben varias posibilidades atendiendo a la paridad de M y N (que han de coincidir), a sus longitudes y a la simetría de los FIR de fase lineal de la rama superior e inferior. Además. todas estas posibilidades han de cumplir que el retardo de grupo de la rama superior sea igual al de la inferior, para que se siga manteniendo la simetría de la respuesta al impulso global.

Por ejemplo, si suponemos para ambos filtros FIR de fase lineal con N≥M:

a) Simetría par con M y N ambos pares o impares simultáneamente o
b) Simetría impar con M y N ambos pares o impares simultáneamente.

$$L + M/2 = N/2$$

Imagine ahora que el sistema global (cuya entrada es *x*[*n*] y salida *y*[*n*]) de la Figura 1 puede describirse mediante la respuesta impulsiva de la Figura 2a. Suponga también que la entrada *x*[*n*] es como en la Figura 2b.

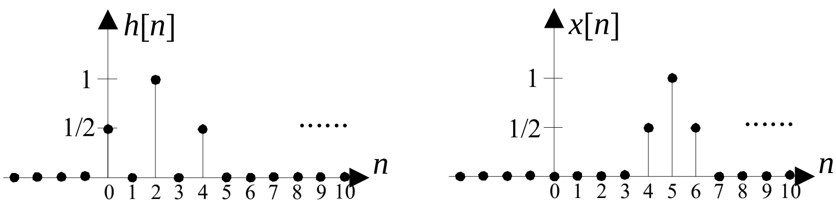


Figura 2a Figura 2b

b) ¿Cuál es la longitud de la secuencia de muestras no nulas de *y*[*n*]? ***(0,7 puntos)***

La longitud de h[n] es L=5, la de x[n] es P=7 con las R=4 primeras muestras nulas. Por ello, la longitud pedida es:

(L+P-1)-R = (5+7-1)-4 = 7

c) ¿Cuál es el valor máximo de *y*[*n*] y en qué valor de *n* se produce? ***(0,7 puntos)***

$y[n] = \sum_{k=0}^{4} h[k] \cdot x[k-n]$ es máximo para *n=7*, *y[7]=1*

Imagine ahora que en la Figura 1 hacemos *M*=0 de forma que el sistema queda como en la Figura 3.

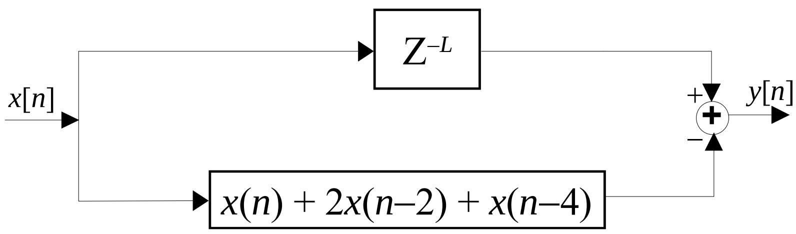
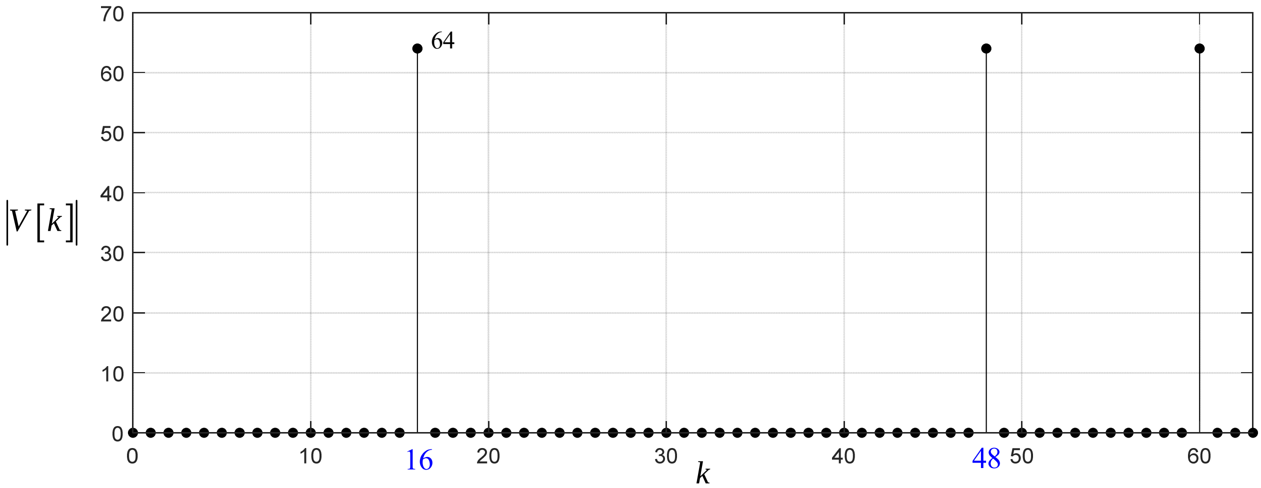


Figura 3

d) ¿Cuánto ha de valer *L* para que el retardo de grupo de la rama superior sea igual al de la rama inferior? Justifíquelo. ***(0,9 puntos)***

El retardo de grupo de la rama superior es L y el de la inferior 4/2=2, por ello L=2

3. La siguiente figura muestra el módulo $|V[k]|$ de la DFT de 64 puntos de la señal $v[n]$. La señal $v[n]$ se obtiene multiplicando $x[n]$ por una ventana rectangular $w[n]$ de 64 puntos. Es decir, $v[n]=x[n]\cdot w[n]$.



La señal $x[n]$ son muestras de una señal compuesta por cosenos y exponenciales según la fórmula:

$$x_c(t)=\sum_{i=1}^{P} A_{ci}\cos(2\pi F_{ci}t)+\sum_{i=1}^{Q} A_{ei}e^{j2\pi F_{ei}t}$$

Teniendo en cuenta que las frecuencias son inferiores a 4 KHz, la señal $x_c(t)$ se muestrea con $F_s = 1/T_s = 8000\,\text{Hz}$, resultando la secuencia $x[n]=x_c(nT_s)$.

a) Obtenga razonadamente los parámetros de la señal $x_c(t)$ y rellene la tabla que se encuentra al final de la página. ***(1,6 puntos)***

$$16+48=64 \quad \rightarrow \quad \text{cosenoide}$$

$$64=\frac{L}{2}A_{c1}=\frac{64}{2}A_{c1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_{c1}=2}$$

$$F_{c1}=\frac{F_s}{64}16=\frac{F_s}{4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_{c1}=2000Hz}$$

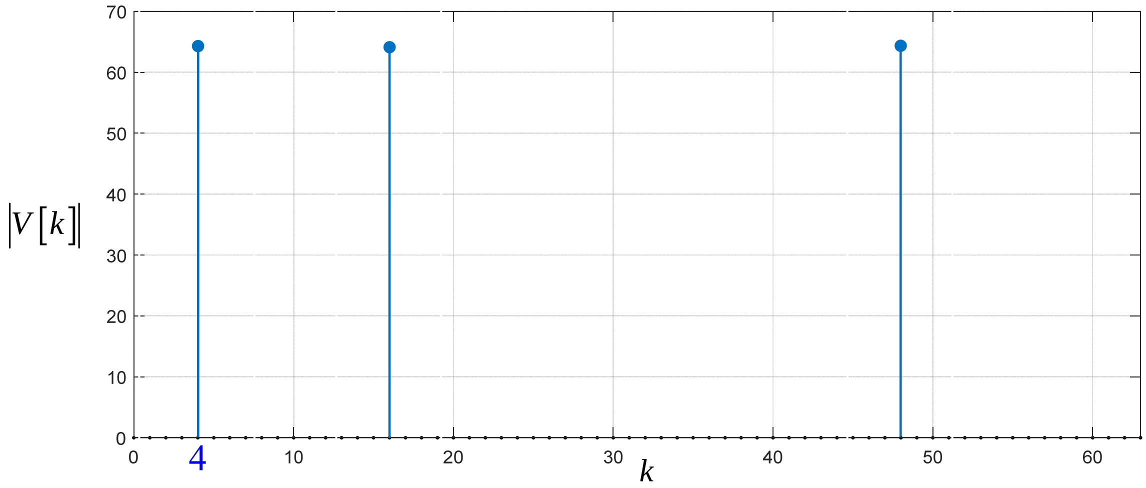
$$K=60 \quad \rightarrow \quad \text{exponencial compleja}$$

$$64=\text{L}\text{A}_{e1}=64\text{A}_{e1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_{e1}=1}$$

$$F_{e1}=\frac{F_s}{64}60-F_s=-\frac{1}{16}F_s \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_{e1}=-500Hz}$$

$P = 1$	$Q = 1$
$A_{c1} = 2$	$A_{e1} = 1$
$F_{c1} = 2000Hz$	$F_{e1} = -500Hz$
$A_{c2} =$	$A_{e2} =$
$F_{c2} =$	$F_{e2} =$

b) Si en el apartado anterior en vez de $x_c(t)$ hubiésemos considerado su conjugada, $x_c^{'}(t) = x_c^{*}(t)$. ¿Cómo habría sido la gráfica de $|V[k]|$? Dibújelo a continuación razonando su respuesta. ***(1 punto)***

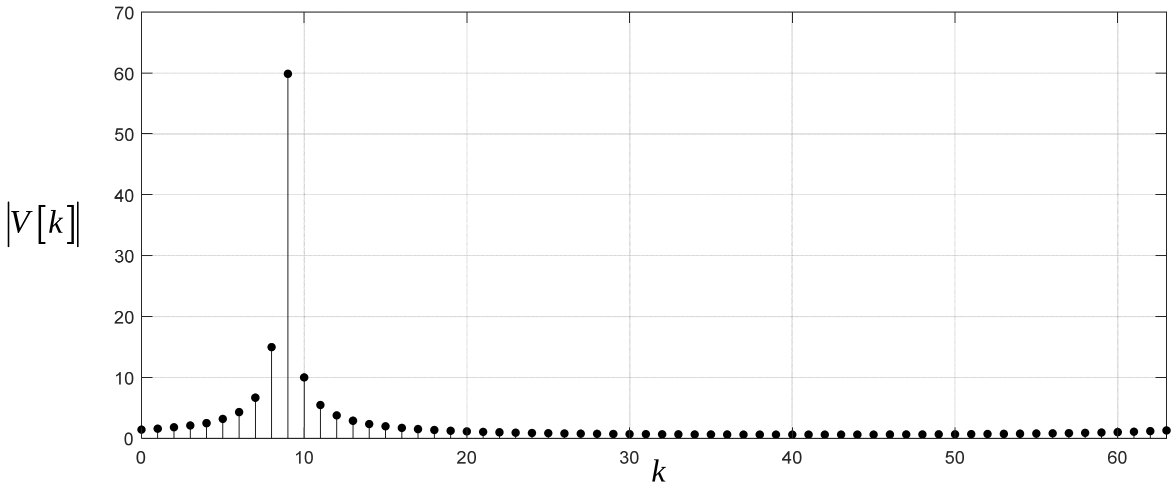


$$conj\left(A_{c1}\cdot\cos\left(2\pi F_{c1}t\right)+A_{e1}\cdot e^{j2\pi\cdot F_{e1}\cdot t}\right) = A_{c1}\cdot\cos\left(2\pi F_{c1}t\right)+A_{e1}\cdot \underbrace{e^{-j2\pi\cdot F_{e1}\cdot t}}_{\downarrow}$$

$$\frac{+500}{8000}\cdot 64 = 4$$

$$\text{ó} \quad -60+64 = 4$$

c) Suponga ahora que la señal $x_c(t)$ está formada por dos exponenciales complejas, con frecuencias inferiores a $F_s/2$ y que la gráfica de su espectro resulta:



Indique qué debe cambiar en el procedimiento para poder ver ambas componentes usando una ventana rectangular. ***(0,8 puntos)***

La longitud de la ventana ha de ser mayor.